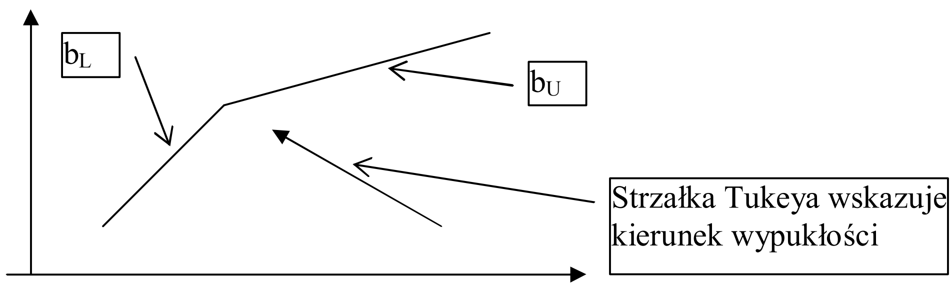
Metoda strzałki, zaproponowana przez Tukeya, pozwala na wybór przekształcenia dodatnich[1] zmiennych X i Y oraz takich, że relacja między nimi jest w przybliżeniu monotoniczna w taki sposób aby relacja między nimi mogła być opisana modelem regresji liniowej.
Dysponujemy zbiorem n par danych liczbowych (X, Y).

Procedura

1. Uporządkuj dane *rosnąco* względem wartości zmiennej X.
2. Podziel dane na 3 w miarę równoliczne grupy: w grupie 1 jest pierwszych $\left\lfloor \frac{n+1}{3} \right\rfloor$ par, w trzeciej - ostatnich $\left\lfloor \frac{n+1}{3} \right\rfloor$ par, pozostałe dane są umieszczone w grupie 2.
   Wyjątki od tej reguły: jeżeli rozstęp (różnica między maksimum a minimum) danych X w grupie 1 (odpowiednio w grupie 3) przekracza ½ rozstępu *wszystkich* wartości X, to zmniejszamy liczność grupy tak, aby spełniony był warunek: rozstępy danych X grupie 1 i 3 nie przekraczają ½ rozstępu *wszystkich* wartości X.
3. W każdej grupie wyznaczamy charakterystyczny punkt grupy. Jest nim punkt o współrzędnych $(p_i, q_i) = (mediana(X^i), mediana(Y^i))$.
   $mediana(X^i)$ oznacza medianę danych X w grupie i. Analogicznie, $mediana(Y^i)$ oznacza medianę danych Y w grupie i.
4. Podstawiamy $u=1$.
5. Obliczamy współczynniki kierunkowe obu odcinków łamanej: $b_L=(q_2-q_1)/(p_2-p_1)$ oraz $b_U=(q_3-q_2)/(p_3-p_2)$ oraz krzywiznę łamanej $c=(b_U-b_L)/(b_U+b_L)$. Jeżeli jest dostatecznie bliska zeru to kończymy procedurę i u jest potęgą przekształcenia wybranej zmiennej.
   Ponadto $b=(b_U+b_L)/2$ jest przybliżonym współczynnikiem kierunkowym prostej regresji przekształconych zmiennych; liczba $a=mediana\,\{q_i-b*p_i : i=1,2,3\}$ jest przybliżonym wyrazem wolnym prostej regresji przekształconych zmiennych.
6. Jeżeli c nie jest dostatecznie bliskie 0 to wybieramy *zmienną X* lub *Y* i zwiększamy (lub zmniejszamy) u o 1 (lub o ½) według ***metody strzałki***

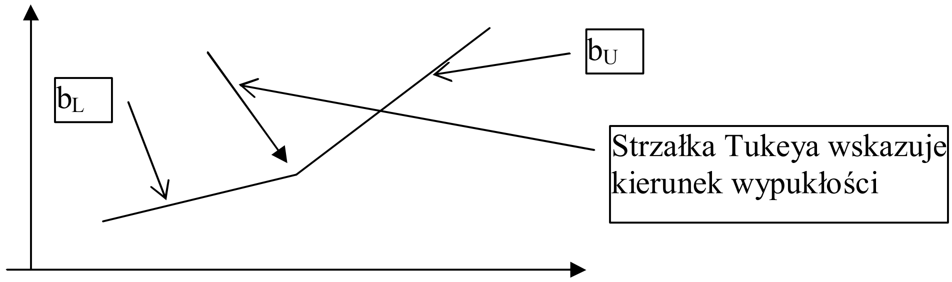
Przykłady:



Zwrot strzałki Tukeya jest niezgodny z kierunkiem osi *X* – należy przekształcając tą zmienną *zmniejszyć u*

Zwrot strzałki Tukeya jest zgodny z kierunkiem osi *Y* – należy przekształcając tą zmienną *zwiększyć u*

[1] Często gdy zmienne są ujemne a mają *naturalną* wartość minimalną to dodajemy ją, uzyskując nowe zmienne dodatnie



Zwrot strzałki Tukeya jest zgodny z kierunkiem osi *X* – należy przekształcając tą zmienną *zwiększyć u*

Zwrot strzałki Tukeya jest niezgodny z kierunkiem osi *Y* – należy przekształcając tą zmienną *zmniejszyć u*

7. Wybieramy jedną ze zmiennych, zapamiętujemy odpowiadające jej u, i przekształcamy $p_i = p_i^u$ [2] (gdy wybrano zmienną X) lub $q_i = q_i^u$ (gdy wybrano zmienną Y) i wracamy do punktu 5.

Przykład 1
Znaleźć przekształcenie, linearyzujące dane (warunek stopu: $|c| < 0,1$):

X	1	2	3	4	5	6	7	8
Y	0,4	1,3	2,8	4,9	7,6	10,9	14,8	19,3

Pkt. 2 grupę 1 stanowią 3 pierwsze pary, grupę 3 – 3 ostatnie, środkową pary 4 i 5. Warunek o nie przekraczaniu połowy rozstępu (tu: (8-1)/2=3,5) jest zachowany.
Pkt. 3: punkty charakterystyczne (2;1,3), (4,5;6,2), (7;14,8)
Pkt. 5: b_L=1,96, b_U=3,44, c=0,27 c nie spełnia warunku stopu
Pkt. 6: strzałka Tukeya wskazuje, że albo trzeba wybrać X i zwiększyć u albo wybrać Y i zmniejszyć u..
Pkt. 7: Wybieramy przekształcenie X. Wykładnik u ma teraz wartość 2. Podnosimy do kwadratu współrzędne p_i. Nowe współrzędne punktów charakterystycznych wynoszą (4;1,3), (20,25;6,2), (49;14,8). Wracamy do punktu 5.
Pkt. 5: b_L=0,302, b_U=0,299, c=-0,004. c spełnia warunek stopu. Wyliczamy parametry przybliżonego równania regresji: b=(0,302+0,299)/2=0,300,
a= *mediana* {1,3-0,3*4;6,2-0,3*20,25,14,8-0,3*49}=0,1. Równanie ma więc postać $y=0,3*x^2+0,1$. Jak łatwo sprawdzić jest to dokładne równanie łączące Y i X.

[2] podnoszenie do potęgi u=0 jest równoważne obliczeniu logarytmu naturalnego

Przykład 2

Znaleźć przekształcenie, linearyzujące dane (warunek stopu: $|c| < 0{,}1$):

X	0,01	0,02	0,07	1,20	2,50	4,00	5,00	6,00	8,00	15,00	20,00
Y	40,00	32,00	22,00	9,50	7,60	6,60	6,20	5,80	5,40	4,40	4,10

Pkt. 2: Połowa rozstępu dla danych X wynosi 10. Grupę 1 powinny stanowić 4 pierwsze pary (rozstęp: 1,19), grupę 3 – 4 ostatnie (rozstęp 14), środkową pary 5,6,7. Warunek o nie przekraczaniu połowy rozstępu nie jest zachowany. Redukcja grupy 3 do dwóch ostatnich par pozwala ten warunek zachować.
Pkt. 3: punkty charakterystyczne (0,045;27), (5;6,2), (17,5;4,25)
Pkt. 5: b_L=-4,198, b_U=-0,156, c= -0,928 c nie spełnia warunku stopu
Pkt. 6: strzałka Tukeya wskazuje, że albo trzeba wybrać X i zmniejszyć u albo wybrać Y i też zmniejszyć u.
Pkt. 7: Wybieramy przekształcenie X. Wykładnik u ma dla zmiennej X wartość 0. Obliczamy logarytm naturalny współrzędnych p_i. Nowe współrzędne punktów charakterystycznych wynoszą (-3,101;27), (1,609;6,2), (2,862;4,25). Wracamy do punktu 5.
Pkt. 5: b_L=-4,416, b_U=-1,557, c= -0,479 c nie spełnia warunku stopu
Pkt. 6: strzałka Tukeya wskazuje, że albo trzeba wybrać X i zmniejszyć u albo wybrać Y i też zmniejszyć u.
Pkt. 7: Wybieramy przekształcenie Y. Wykładnik u ma dla zmiennej Y wartość 0. Obliczamy logarytm naturalny współrzędnych q_i. Nowe współrzędne punktów charakterystycznych wynoszą (-3,101;3,296), (1,609;1,825), (2,862;1,447). Wracamy do punktu 5.
Pkt. 5: b_L=-0,312, b_U=-0,301, c= -0,018. c spełnia warunek stopu. Wyliczamy parametry przybliżonego równania regresji: b=(-0,312-0,301)/2=-0,307,
a= *mediana* {3,296+0,307*(-3,101); 1,825+0,307*1,609; 1,447+0,307*2,862,}=2,325.
Regresja przybliżona ma postać *ln y*=-0,307**ln x*+2,325.
Regresja (ze współczynnikiem determinacji 99,99%) ma równanie: *ln y*=-0,299**ln x*+2,302